Peter Berz

Die Wabe

Ах, тяжелые соты и нежные сети!

Winter in Prag, 1610. Der kaiserliche Mathematiker Rudolf des Zweiten geht besorgt über eine der Moldau-Brücken. Seine Unruhe rührt weniger von den Vorboten des Dreißigjährigen Kriegs, Söldnern des Passauer Erzbischofs, die eben die böhmische Grenze überschritten haben und kaum sechs Wochen später im Kampf mit den protestantischen Ständen Prag verwüsten werden. Was ihn nachdenklich stimmt, ist sein Neujahrsbesuch bei einem Freund, *S.C. Majestatis Consilarius Imperialis Aulicus* Johannes Matthäus Wackher von Wackenfels. Er wird wohl ohne Geschenk dort erscheinen müssen. Denn der Hofbeamte von Wackenfels ist ein anspruchsvoller Geist, der nicht nur leidenschaftlich die Astronomie liebt[1] und alles metaphysische Wissen, also die Frage, warum überhaupt etwas sei und nicht vielmehr nichts. Der Freund scheint dem Charme des Nichts selbst erlegen: *propter lusum argutissimum simul et venustissimum*, „wegen der so witzigen wie wunderschönen Spielerei“, die mit ihm zu treiben ist. Das beste aller möglichen Neujahrsgeschenke wäre also Nichts. Aber woher Nichts nehmen, wenn nicht stehlen?

Kepler geht, seiner alchimistischen Zeit und Umgebung folgend, erst einmal die Elemente durch, um zu finden, was dem Nichts am Nächsten käme. Doch die Erde, zerfallen in Staub oder aufgehäuft zu Archimedes’ Sandkörnern, das Feuer in Fünkchen, Platons spitze Dreiecke, zersprungen, der Wind und der Dunst und der Wassertropfen: immer bleibt es zuviel. Selbst das kleinste aller Tierchen, die Milbe, wie Cardanus und sein Kritiker Scaliger sie behandeln, tut, was Nichts nicht tut: es kriecht und hat eine Seele. So sinniert der Astronom und überschreitet die Moldau, als der Zufall es fügt und Schneeflocken auf seinen Rock fallen. „Alle waren sie 6-eckig mit gefiederten Strahlen. Ei, beim Herakles, das ist ja eine Erscheinung, kleiner als ein Tropfen, und dazu von regelmäßiger Gestalt. Ei, das ist ein erwünschtes Neujahrsgeschenk für einen Freund des Nichts!“[2] Nur: Wie es überbringen, bevor es sich die Figur, *figurata*,

---

[1] Noch in der Kutsche sitzend ruft von Wackenfels am 10. März 1610 Kepler vor dessen Wohnung Galileis sensationelle Entdeckung vier neuer Planeten mittels eines doppellinsigen Fernrohrs zu. „Bald war er freudig ergriffen, ich fieberhaft erregt; dann lachten wir beide in unserer Verwirrung; jetzt erzählt er wieder weiter und ich lausche gespannt – so kamen wir kaum zu Rande.“ (Erhard Oeser, *Kepler. Die Entstehung der neuzeitlichen Wissenschaft*. Göttingen 1971, S. 55 f.).

[2] Johannes Kepler, *Vom sechseckigen Schnee (Strena seu de Nive Sexangula)*, übers., eingeleitet u. kommentiert v. Dorothea Götz. Leipzig 1987, S. 23.

„durch die Körperwärme wieder in Nichts verflüchtigt"? Gedruckte Buchstaben oder Elemente sind weniger flüchtig und aus dem Ding, das fast Nichts wäre, wird ein Titel: *De nive sexangula*, „Über den sechseckigen Schnee". *Atque en fatale nomen.* Denn wenn man einen Deutsch sprechenden Bewohner Habsburgs fragen würde: *Nix quid sit?*, würde er wohl antworten: *Nihil*, wenn er nur ein bißchen Latein versteht.[3] Die Übertragung von *nix, nivis*, der Schnee, generierte keine lateinisch-hochdeutsche Antwort, also „Schnee", sondern die süddeutsch-lateinische: „Nihil".

Spielt aber der Diskurs erst einmal das Spiel um Nichts, ist Etwas schon nicht mehr zu bändigen. *Nix quid sit?* Nicht aus Zufall, *casu*, fällt der Schnee sechsstrahlig statt fünf- oder siebenstrahlig. Es „muß dafür eine bestimmte Ursache, *causa*, geben". Liegt sie nun *in materia* oder *in agente*? Der Wasserdampf, Materie des Schnees, strömt amorph aus der Erde und beim Aufsteigen entstehen Nebel wie aus der Moldau, aber keine regelmäßigen Figuren. Denn „nur das hat eine Figur, das sich selbst begrenzt".[4] Wenn die Ursache des sechseckigen Schnees nicht in der Materie liegt, muß sie bewirkt sein, entweder von einer inneren Form, *forma insita*, oder von außen her, *extrinsecum*; entweder liegt das Sechseck als Urbild der Schönheit, *archetypus pulchritudinis*, im Schnee oder es ist ein „Ziel, zu dem jene Form hinführt".[5] Derart zum Diskurs erweitert nimmt sich das Nichts, in Konkurrenz zu seinem Gegenstand, die Zeit von Beispielen, Exkursen, Schlußfolgerungen. Wie aber wären die wieder zu Nichts zu machen? „Ich muß sie so schnell wie die Schneeflocke zerfließt, ebenso schnell durch Widerlegung nichten, *annihilavero*."[6]

Kein Diskurs zergeht durch Gegenargumente. Im Nichts der Schneeflocke regiert die Zeit der Ewigkeit und Ähnlichkeit des Mikro- mit dem Makrokosmos. Der Schnee vom Himmel gleicht den Sternen[7] in ihrer über lange Zeiträume und durch Galilei/Keplers Fernrohre beobachtbaren Wiederkehr. Die Kette der Ähnlichkeiten läuft durch den Kosmos – „le monde forme une chaine avec lui-même"[8] – und schließt sich in der schlichten Frage: „Was haben eigentlich Tiere mit dem Schnee gemeinsam?"[9] Die verschenkte Antwort Keplers, dessen Neoplatonismus Johannes Lohmann als letzten Ausläufer eines „Pythagoräismus" anspricht, der mit dem Mythos der Hochzeit von Kadmos/Kosmos und Harmonia begann:[10] Sechsecke etwa. Sie finden sich im

---

[3] Johannes Kepler, *Strena seu de Nive Sexangula.* In: Ders., *Gesammelte Werke.* München 1941, Bd. IV: Kleinere Schriften, S. 264.
[4] Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 24.
[5] Ebd., S. 25.
[6] Ebd., S. 46; Kepler, *Strena*, S. 277/36 f.
[7] Vgl. Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 23; Kepler, *Strena*, S. 264/39.
[8] Michel Foucault, *Les mots et les choses.* Paris 1966, S. 34.
[9] Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 41.
[10] Vgl. Johannes Lohmann, Mythos und Logos. In: Ders., *Musiké und Logos. Aufsätze zur griechischen Philosophie und Musiktheorie*, zum 75. Geburtstag des Verfassers hg. v. Anastasios Giannarás. Stuttgart 1970, S. 105.

Schnee so gut wie in Gestirnen, in Granatapfelkernen so gut wie in den Wachswaben der Bienen. Den rätselhaftesten, doch auf den Händen liegenden Fall: die Bienenwaben, stellt Kepler aus guten Gründen an den Anfang. Ihre Differenz zum Schnee ist offensichtlich. Kristalle, die reine Struktur, enthalten nichts, Waben alles: sämtliche, fünfzig Jahre nach Kepler unter Swammerdams Mikroskop erscheinenden Stadien des Lebens vom Ei über die Larve zur Nymphe, sämtliche Bewohner der Hierarchie von Drohnen über Arbeiterinnen zu den Prinzessinnen, sämtliche Lebensstoffe von den Pollen über den Honig bis zum Gelée Royale, der Speise, die Königinnen macht.[11] Aber die Frage, die Schnee und Wabe vereint, *quo ordine structi sint Apum alveoli*[12], entscheidet sich nicht am Inhalt (und bis 1900 nicht unterm Mikroskop), sondern an der Form, also auf dem Papier der Geometrie. Der „letzte bedeutende griechische Mathematiker"[13], Pappos von Alexandrien, behandelt die Bienenwabe um 320 nach Christus wohl zum ersten Mal geometrisch. Die bislang jüngste Lösung, eine „Optimierungsaufgabe der Variationsrechnung", präsentiert Thomas C. Hales im Jahr 2000 in Potsdam bei Berlin: *The honeycomb conjecture.*[14] Dazwischen liegt wohl weniger *Mathesis perennis* als Nichts und Etwas historisch verschiedener Fragen.

Das Kepler bekannte[15] fünfte Buch der *Synagoge* des Pappos behandelt die Wabe als eine Frage, die fünfhundert Jahre vor Pappos und kurz nach Archimedes' Tod plötzlich praktisch dringlich wird. In bestimmten „communistic societies" werden nach Proclos' Erzählung mathematische Betrügereien und Bilanzfälschungen bekannt. Einige Mitglieder bieten ihren Genossen den Tausch ihrer Grundstücke in größere an. Man begutachtet, schreitet den Umfang des Grundstücks ab – das Geschäft ist abgeschlossen. Die Sache hat nur

---

[11] Nicht nur der Bienenstaat, auch menschliche Gesellschaften können davon leben. Die Gurung an den Hängen des Himalaya, die Wedda im Urwald Sri Lankas sind fast reine Honigkulturen. Doch die Wedda kennen nicht nur, wie Europa, eine Art der Honigbiene, sondern fünf und ein ganzes Heer von Schutzgeistern zur Absicherung dieser riskanten Art des Lebensunterhalts (vgl. Mary R. Berenbaum, *Blutsauger, Staatsgründer, Seidenfabrikanten. Die zwiespältige Beziehung von Mensch und Insekt* (engl.: *Bugs in the System. Insects and their impact on Human Affairs*, 1995). Heidelberg/Berlin/Oxford 1997, S. 118 f.).

[12] Kepler, *Strena*, S. 265/34.

[13] Vgl. Konrat Ziegler, Art „Pappos". In: *Paulys Realencyclopädie der Classischen Altertumswissenschaft* (neue Bearbeitung von Georg Wissowa) (= RE), Bd. XVIII, 3. Pappos ist vor allem bekannt durch seinen arabisch erhaltenen Kommentar zum 10. Buch des Euklid, in dem die Lehre von den irrationalen Größen enthalten ist, die Pappos auf die Pythagoräer zurückführt.

[14] Vgl. Thomas C. Hales, *The Honeycomb Conjecture* (http://xxx.lanl.gov/abs/math.MG/9906042) und Eberhard Knobloch, Mathesis Perennis. Mathematisches Denken in Antike und Moderne. In: Walter Jens/Bernd Seidensticker (Hg.), *Ferne und Nähe der Antike. Beiträge zu den Künsten und Wissenschaften der Moderne.* Berlin [u. a.] 2003, S. 177–197.

[15] Vgl. Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 54, Anm. 20.

einen kleinen Haken: das erworbene Grundstück ist trotz größeren Umfangs faktisch kleiner und keiner hat's gemerkt. Man ehrt die großzügigen Schenker, die nur ihren Vorteil wahrten.[16] Mit dem Mathematiker Zenodoros[17] wird aus der Schwierigkeit ein Problem und damit Wissen: „περὶ ἰσομέτρων σχημάτων", „Über Figuren mit gleichem Umfang". Pappos, eine Quelle für Zenodoros' verlorenes Werk, führt das Wissen um die *Isoperimetrie* theologisch ein.[18] Gott (Singular) hätte zwar nur den Menschen Weisheiten und Einsicht mathematischer Dinge gegeben, „Σοφίας καὶ μαθημάτων ἔννοιαν", ein kleiner Teil davon, eine gewisse natürliche, lebensmehrende Voraussicht, „βιωφελὲς κατά τινα φυσικὴν πρόνοιαν", sei aber auch für die Lebewesen ohne Logos abgefallen. Vor allem seien die Bienen zu bewundern für ihre gute Ordnung und ihre, ins Britische übersetzt, „obedience to the queens who rule in their commonwealths".[19] Eifer, Reinlichkeit, Voraussicht und Ökonomie[20], mit der die Bienen Honig sammeln und sichern, seien erstaunlich. Warum aber sind gerade die Bienen mit solchen Gaben ausgestattet? Weil Honig nicht Honig ist. Die Bienen, so glauben sie selbst, sind mit der Aufgabe betraut, die unsterblich machende Nahrung der Unsterblichen (Plural),[21] das göttliche Ambrosia, einem besonders begnadeten Teil der Sterblichen zuzuteilen und das sind die musikalischen Menschen, „τοῖς τῶν ἀνθρώπων μουσικοῖς τῆς ἀμβροσίας ἀπόμοιράν τινα". Zwar nehmen die Bienen „das Schönste von den süßesten Blüten"[22], um daraus Honig und jene Gefäße, „ἀγγεῖα", zu machen, die man Waben nennt. Doch erst Ende des 18. Jahrhunderts wird ein Rektor der lutherischen großen Stadtschule in Spandau bei Berlin, Christian Konrad Sprengel, Blüten, Farben, Formen, Säfte und Geschlecht der Pflanzen mit den Bienen zu jenem großen Verführungsspiel zusammenschließen, das ihm *Geheimnis der Natur* heißt (und schließlich den Rektoratsposten kosten wird).[23] Bei Pappos ist der Bienenhonig nicht Natur, sondern Speise der Unsterblichen. Eben darum darf sie nicht über „Erde und Holz oder irgendein anderes unregelmäßiges und

---

[16] Vgl. Sir Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics*. Oxford 1960, Bd. II, S. 206 f.. Auch Landschaftsbeschreiber messen die Größe von Städten oder Lagern nach ihrem Umfang und Thucidides schätzt die Größe Siziliens nach der zu seiner Umrundung nötigen Zeit (vgl. ebd., S. 207).

[17] Nach Heath irgendwann zwischen 200 und 90 v. Chr. (ebd.).

[18] Vgl. Pappus, *Collection V*, Preface 1–3. In: *Greek Mathematical Works. Selections illustrating the History of Greek Mathematics with an english translation by Ivor Thomas* (= Loeb Classical Library 362). London 1968, Bd. II: From Aristarchus to Pappus, S. 588–593.

[19] Ebd., S. 588 (griechischer Text).

[20] Ebd.

[21] Ob Nektar und Ambrosia durchgängig nur mit dem Honig zu identifizieren seien, ist sehr umstritten (vgl. Wernicke, Art. „Ambrosia". In: RE I, 2, Sp. 1810).

[22] Pappus, Preface, S. 590 (griechischer Text).

[23] Christian Konrad Sprengel, *Das entdeckte Geheimnis der Natur im Bau und in der Befruchtung der Blumen*. Berlin 1793. Zu Sprengel vgl. auch den Eintrag in: *Allgemeine Deutsche Biographie*. Berlin 1971 (Neudruck der Auflage von 1893).

ungeordnetes Material", „ἀσχήμονα καὶ ἄτακτον ὕλην"[24], ausgegossen werden, darum dürfen keine Zwischenräume zu Verlusten führen, darum müssen die Formen der Gefäße gleich, ähnlich, aneinander liegend, also sechseckig sein. Schon die Beobachtung zeigt, daß von den regulären Polyedern nur sechs gleichseitige Dreiecke, vier Quadrate oder drei Sechsecke, die an einem Punkt zusammenstoßen, den Raum ohne Zwischenraum füllen.[25] Von den drei möglichen flächendeckenden Figuren aber nimmt *eine* mehr Honig auf als die anderen und ist doch mit dem „gleichen Verbrauch an Material zu bauen"[26]: Das ist die Figur mit den meisten Ecken, das Sechseck. Das Wissen von Figuren mit gleichem Umfang und verschiedener Fläche ist im vierten nachchristlichen Jahrhundert[27] die Geometrie einer Ökonomie, die zwischen Göttern und Gott, Gabe der Unsterblichen und Sparsamkeit entsteht.

Wir Menschen aber haben, so Pappos, „größeren Anteil an der Weisheit als die Bienen"[28] und untersuchen darum nicht für alle Ewigkeit, eingeschlossen in Borges' traurige Bibliothek von Babel, Sechsecke, sondern wir führen Beweise. Das fünfte Buch des Pappos denkt und beweist in Linien, Winkeln, Kreisen, daß von allen regulären Polygonen gleichen Umfangs dasjenige mit den meisten Ecken die größte Fläche hat; daß der Kreis eine größere Fläche als jedes reguläre Polygon gleichen Umfangs hat; daß von allen Polygonen gleichen Umfangs und mit gleicher Zahl von Ecken dasjenige mit gleichen Seiten die größte Fläche hat.[29] Jenes so leicht zu konstruierende Polygon aus sechs gleichseitigen Dreiecken, mit Seiten gleich dem Radius seines Umkreises, mit Zentri- oder Außenwinkeln (60°) halb so groß wie die Innenwinkel (120°) wäre schon darum das Urbild am historischen und textuellen Rand der Beweise, weil es einem der ältesten, dem sexagesimalen Zahlensystem folgt, nach dem wir noch heute Zeit und Winkel zählen.[30]

Pappos' Sechseck hat, gedacht in Dimensionen mit dem großen Bienendichter Maurice Maeterlinck,[31] nur einen Nachteil: es enthält nichts. In die Fläche und aus ihr fließt kein Honig. Als Gefäß muß die Wabe ein stereometrischer, prismatischer Sechseck-Körper sein, mit einer Öffnung auf der einen und ei-

---

[24] Pappus, Preface, S. 590 (griechischer Text).

[25] Ebd. – Die Sechsecke stoßen unter Eineindrittel eines rechten Winkels zusammen, in griechischen Zahlen: ἑκάστη ᾱ γ' ἐστὶν ὀρθῆς (ebd.).

[26] Ebd., S. 593.

[27] Immerhin fällt die Lebenszeit des Pappos fast mit der des Kirchenvaters und Mailänder Bischofs Ambrosius (gest. 397) zusammen, dessen Attribut bekanntlich ein Bienenkorb ist.

[28] Ebd.

[29] Vgl. Heath, *Greek Mathematics*, Bd. II, S. 207.

[30] Über das sexagesimale Zahlensystem der Babylonier, das nach einigen Schätzungen bis ins 3. Jahrtausend zurückreicht, vgl. Heath, *Greek Mathematics*, Bd. I, S. 28 f..

[31] Vgl. Maurice Maeterlinck, *Die vierte Dimension*, übers. v. Käthe Illch. Berlin/Leipzig 1929.

nem Boden auf der andern Seite. Die Arbeiterinnen legen jeweils zwei Lagen von Waben mit ihren Böden zu einer Wabenschicht zusammen: jede Wand, jeder Boden ist Wand oder Boden zweier Waben.[32] Wenn die aufnehmenden Prismen sechseckig sind, welche Form hat dann dieser Boden? Schon das unbewaffnete Auge sieht, daß jede Wabe an ihrem Ende eine Berührungsfläche mit drei anderen hat. Der Boden besteht aus drei Ebenen, die „als Zeltdach" aneinanderstoßen.[33] Unter dem Dach haust ein Wissen. Denn auf der Suche nach dem Nichts zwischen Schneekristallen, Bienenzellen, Granatapfelkernen und Planeten macht Johannes Kepler eine Entdeckung: er findet einen regulären Körper, der Platon entging und auch Archimedes. Der neue Körper ist von zwölf Rhomben begrenzt und hat die Eigenschaft, „den Raum vollständig auszufüllen", *impletrix loci solidi*.[34]

Als Spielerei in elementarer Geometrie[35] leitet sich das sogenannte „Rhombendodekaeder" vom Würfel her. Der schlichte Anfang: Auf die sechs Seiten des Würfels ist je eine Pyramide so aufzusetzen, daß die Manteldreiecke zweier benachbarter Pyramiden eine Ebene bilden (vgl. Abb. 1). Diese Ebenen werden Rhomben sein. Mit der Würfelseite als Einheit oder *a* liefert Pythagoras' Satz zuerst die Höhe des Manteldreiecks: $sqr(2(a/2)^2) = a/sqr(2)$; dann, verdoppelt, die lange Diagonale des Rhombus: $2a/sqr(2) = a \cdot sqr(2)$, wodurch auch der Tangens des halben, stumpfen Rhombenwinkels gegeben ist: 54,73°, alias 54°44', macht für den ganzen stumpfen Winkel des Rhombus: 109°28' und für den spitzen Winkel: 70°32'. Wo aber liegt in diesem Hüllkörper für den Würfel das dreiseitige Zeltdach, wie es das secheckige Prisma einer Bienenwabe bedekken soll? Es liegt am Eck des Würfels, wo je drei Rhomben der eben gegebenen Seiten und Winkel aneinanderstoßen. Bedeckt das Zelt ein Sechseck-Prisma, so liegen die sechs freien Ecken des Zeltdachs auf den sechs Ecken des Prismas. Sie liegen freilich nicht in einer Ebene, sondern in Berg und Tal, einmal höher, einmal niedriger. Das Prisma läuft am einen Ende in eine Art dreigezackte Krone aus. Bleibt die Frage: Wie hoch sind die Zacken der Krone, wie hoch die Mittelstange der Bienenjurte, gerechnet von einem ebenen Abschluß oder flachen Deckel des Sechseck-Prismas? Ein leichtes Schwanken der Vorstellungskraft – und die Figur setzt sich in Bewegung. Man begreife die lange Rhombendiagonale als Drehachse, den Schnittpunkt mit der Würfelkante und die Pyramidenspitzen als Drehpunkte und drücke dann die Würfelecke Richtung Raummittelpunkt des Würfels, bis die Ecke des Würfels in der Ebene desjenigen gleichseitigen Dreiecks liegt, das durch „Entecken" des Würfels auf der Hälfte seiner Kanten entsteht (vgl. Abb. 2). Jetzt wären die drei Zeltdach-

[32] Vergil: „Nur die Biene besitzt eine Stadt mit gemeinsamen Häusern." (Zit. n. Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 33).
[33] Ebd., S. 26.
[34] Kepler, *Strena*, S. 266/30 f.
[35] Ihr folgen rätselhafter Weise weder Kepler, Maraldi, Brougham noch Vogt von Anfang bis Ende.

Rhomben zu Rhomben eines ebenen Sechsecks geworden: die lange Diagonale unverändert, die kurze so kurz wie die Seiten des Sechsecks, die Rhomben-Innenwinkel 120° und 60° (vgl. Fig. 2. aus: Vogt, *Bienenzelle*). Die Höhe des Zeltdachs oder die Größe des Winkels, mit dem der zweite, der Sechseck-Rhombus, gegen den ersten, den Pyramiden-Rhombus, geneigt ist, sind nun anzugeben. Bleibt a die Seite des Würfels als: $(a \cdot sqr(3))/6$; wird a die Seite des Sechseck-Prismas als: $a/(2 \cdot sqr(2))$, woraus alle weiteren Größen folgen, etwa der Neigungswinkel χ der beiden Rhomben: $\tan \chi = 1/sqr(3) = 30°$, und außerdem alle Flächenwinkel der Figur[36]. Die Kristallographie wird seit dem 19. Jahrhundert reguläre Körper über ihre Symmetrie-Eigenschaften beschreiben und klassifizieren. Rhombendodekaeder sind darin eine spezielle Form des kubischen, auch: regulären oder tesseralen, Kristallsystems, das zwei- oder vierzählige Drehachsen mit einer dreizähligen kombiniert, unter dem Winkel $\arctan sqr(2)$ von Kante und Raumdiagonale des Würfels (vgl. Tabelle 1.7 aus: Kleber, *Kristallographie*).[37] Beispiel: die Granate, jene grün-gelb-roten Edelsteine, die, so weiß der Große Meyer 1908, in Böhmen, in Turnau, Rovensko pod Troskami und Prag, zu Schmuck geschliffen werden.

Was gäbe die Weltgeschichte dieses einen regulären Körpers zu denken? Einmal, daß in einem Körper aus Rhombendodekaeder plus Sechseckprisma, wie er ein Jahrhundert nach Kepler dann vor allem von Maraldi entwickelt wird,[38] sämtliche Winkel sämtlicher Flächen – Rhomben gegen Rhomben, Rhomben gegen Prismaseiten, Prismaseiten gegen Prismaseiten – 120° groß sind. Das heißt umgekehrt: die Konstruktion eines Körpers, der ausschließlich aus 120°-Grad-Winkeln besteht, „erzwingt geradezu" das Rhombendodekaeder.[39] Außerdem stehen lange und kurze Rhombendiagonale in jenem Nicht-Verhältnis *1:sqr*(2), jenem ἄ-λογος, jener *ir-ratio* also, in der Teile Europas den Honig ihrer Erkenntnis sammeln. Das Nicht-Verhältnis trägt seit 1921 die Bezeichnung DIN-A4 und wird als Frage schon im 18. Jahrhundert von dem Göttinger Mathematiker Kästner seinen Prüflingen aufgegeben, von wo es über Lichtenberg zu zwei Konstrukteuren im Wabenbau des Deutschen Instituts für Normung gerät, den Sachsen Wilhelm Ostwald und *dr walter porstmann*: „Finde ein Rechteck, das sich, auf die Hälfte gefaltet, ähnlich bleibt!"[40]

[36] Vgl. Heinrich Paul Vogt, *Geometrie und Ökonomie der Bienenzelle*. Breslau 1911, S. 10. Vgl. auch Henry, Lord Brougham, *Observations, demonstrations, and experiments upon the structure of the cells of bees*. In: Ders., *Natural Theology*. London/Glasgow 1856, S. 312–364.

[37] Vgl. Will Kleber, *Einführung in die Kristallographie*, hg. v. Hans-Joachim Bautsch und Joachim Bohm. Berlin 18. Aufl. 1998, S. 83-88.

[38] Maraldi, Oberservations sur les abeilles. *Mémoires de l'académie des sciences*, 1712, S. 391–438; S. 401–408 (und Planche 16, Fig. 8 bis 15): Des Alveoles.

[39] Vogt, *Bienenzelle*, S. 33.

[40] Strittig ist (auch zwischen Ostwald und Porstmann), ob $a/a \cdot sqr(2)$ mit a als Kante von 1 *m* gerechnet wird oder ob $a \cdot (a \cdot sqr(2)) = 1\ m^2$ der Ausgangspunkt sein soll, wonach a gleich eins durch vierte Wurzel aus zwei wird. Die A-Reihe des DIN rechnet vom Quadratmeter aus.

Wie aber denkt 1610 der Astronom Johannes Kepler das Rhombendodekaeder?[41] Er fragt: Warum? – und streut die Frage über die Kette der Wesen. Sechseckprismen und Rhomben lassen sich auch bei den Kernen des Granatapfels in seiner harten Schale finden oder den Erbsen in ihrer Hülle. Hier ist der Grund leichter anzugeben: er liegt *in materia* und führt auf das Problem der dichtesten Kugelpackung. Die Kugeln weicher Kerne oder Erbsen zusammengepreßt rutschen von selbst in die stabilste Lage, in der jede Kugel sechs Nachbarn in der gleichen Ebene hat, jede füllt einen Zwischenraum wie eine mit runden Spielsteinen gelegte, pythagoräische Tetrakys.[42] Die Kugelmittelpunkte bilden ein Netz aus gleichseitigen Dreiecken. Die nächste Schicht der räumlichen Packung setzt dann zwischen jedes zweite der sechs möglichen Dreierpakete eine weitere Kugel, so daß jede Kugel oben und unten von drei anderen umgeben ist[43]: man sieht das Zeltdach aus drei Rhomben ganz von selbst entstehen. Eben dieses „von selbst" setzt Kepler als „materielle Notwendigkeit" gegen den Rest der Gründe: Grund in der Form und im Urbild der Schönheit, *non ex formali proprietate, sed necessitate materiali*.[44] Nicht alle Pflanzen und alles an Pflanzen folgt materieller Notwendigkeit. Die Fünfzahl etwa von Blütenblättern, deren Phyllotaxis noch Alan Turing heimsucht, bevor er in den Apfel beißt, ist „Schönheit", „Seele der Pflanzen"[45] und führt direkt auf die „sich selbst fortsetzende Proportion", *seipsa propagans*.[46] Geboren aus Pentagrammen und Fibonaccis Karnickeln, trägt sie den Namen *divina proportio* oder Goldener Schnitt und ist für Kepler Fortpflanzung als solche, deren fünfzackiges *vexillum* oder Feldzeichen die Pflanzen vor sich hertragen.[47] Aber die Bienen? Was führt die Bienen dazu, ein Sechseck und drei Rhomben zu bewohnen? Weder folgen sie einer schönen, aber sinnlosen Fünfzahl; noch sind sie ein „ungeordneter Haufen" Erbsen.[48] Vielmehr ordnen sie sich „nach ihrem freien Willen in Reihen an", *arbitrariam struunt aciem*. Ein „Instinkt" führt sie dazu, „die Figur am besten zu bauen",[49] und der zielt auf einen Endzweck, den nur das Rhom-

[41] Was Kepler mathematisch im einzelnen verzeichnet, sind nicht Winkel- und Seitenverhältnisse, sondern die, modern: graphentheoretische, Zahl der Kanten-, Flächen- und Eckberührungen in einem Raum, der vollständig entweder mit Würfeln oder mit Rhombenfiguren ausgefüllt ist (Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 27 f.).

[42] Im Nabel, in der eindeutigen Mitte der Tetrakys befände sich dann, allen Pentagrammen zum Trotz, ein Sechseck: ein Stein mit sechs direkten Nachbarn.

[43] Vgl. Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 29–31. – Das läuft arithmetisch auf die berühmten Dreickszahlen zu, deren Wunder Babbage in den Kanonenkugeln des Arsenals von Woolwich suchte. Im übrigen vgl. Hans-Magnus Enzensberger, *Die Geschichte der Wolken*, FAZ 28.2.2003, S. 35.

[44] Kepler, *Strena*, S. 267/15.

[45] Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 34.

[46] Kepler, *Strena*, S. 270/35.

[47] Vgl. ebd., S. 270/7.

[48] Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 32.

[49] *Quare ipsa Apis Natura hunc instinctum habet ex porpriete sua, ut hac potissimum figura aedificet: hic illi Archetypus a creatore impressus est: nihil hic materia neque cerae neque corpusculi*

bendodekaeder erfüllt: es füllt ohne Lücke den ganzen Raum, nur mit ihm läßt sich von beiden Seiten an einer Wand bauen; außerdem liegen darin „die zarten Körperlein der jungen Bienen" besser als zwischen den stumpfen Ecken des Würfels.[50] Die allgemeine Folge die Endzwecks? Philosophische Kontemplation braucht nicht die Schönheit der Wabenfigur und darum nicht das „Wesen der Seelchen" der Bienen betrachten. Der „Geist des Bienenstocks"[51] ist weder reine Form noch reine Erbsenmechanik. *Apis mellifera* schwärmt irgendwo zwischen Schönheit und Notwendigkeit.

Erst ein Jahrhundert der Automaten wird die Konvergenz von Erbsenhaufen und Bienenstock behaupten und die Wabe als „Erzeugnis rein mechanischer Kräfte". Sie wirken negentropisch in einem entropischen Haufen. „Man bringe am gleichen Ort 10 000 Automaten zusammen, die durch eine lebendige Kraft bewegt sind, *animés d'une force vive*, und die allesamt durch perfekte Gleichheit ihres Äußeren und ihres Inneren und durch die Konformität ihrer Bewegungen dazu bestimmt sind, die gleiche Sache am gleichen Ort zu machen: so wird man sehen, daß daraus notwendigerweise ein regelmäßiges Werk entsteht. Die Beziehungen der Gleichheit, der Ähnlichkeit, der Lage, werden sich darin finden, denn sie hängen von Bewegungen ab, die wir als gleich und konform voraussetzen."[52] Wenn auch das mechanische Ergebnis als Natur „ziemlich unvollkommen bleibt": John von Neumann hätte das Vorbild seiner zellular-kristallinen Automatenverbände nicht nur bei Max Delbrücks Phagen, sondern auch in Buffons Bienenautomaten finden können.

Am anderen Ort der Maschine feiert das gleiche 18. Jahrhundert die Bienenwabe als Ankunft einer neuen Mathematik, und es feiert darin seine eigenen Fundamente. Denn eines Tages im Herbst 1739 bekommt der Universalgelehrte René Ferchault de Réaumur auf seinem Landsitz in *Bercy* vor den Toren von Paris hohen Besuch. Die Marquise du Châtelet, „Voltaires lernbegierige Freundin", *la belle Émilie*, deren Namen in der *chronique scandaleuse* des 18. Jahrhunderts ebenso glänzt wie in der Wissenschaft, gibt sich die Ehre.[53] Im Ge-

Apis, nihil incrementa possunt. (Kepler, *Strena*, S. 269/12. Ders., *Vom sechseckigen Schnee*, S. 32). Bei Pappos heißt, was Ivor Thomas mit *instinct* übersetzt: {tuto de mathoi tis an hyparchon} (Pappus, Preface, 588).

50 Kepler, *Vom sechseckigen Schnee*, S. 33.

51 Vgl. Maurice Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, übers. v. Friedrich von Oppeln-Bronikowski. Jena 3. Aufl. 1905, S. 24 ff.

52 Georges Louis Leclerc Buffon, *Histoire naturelle générale et particulière.* Paris 1753, Bd. IV, S. 90–96 (zit. u. übers. n. Vogt, *Bienenzelle*, S. 24).

53 Gabrielle-Émilie le Tonnelier de Breteuil, am 12. Juni 1725 in zartem Alter dem Generalleutnant Marquis du Châtelet-Lomont verheiratet, lebt und schreibt nach illustren Affairen fünfzehn Jahre mit Voltaire auf dessen Schloß Cirey, bevor sie ihn mit seinem Freund Saint-Lambert betrügt. Ihre Memoiren unter dem Titel „Emiliana" sind leider verloren. Die Tatsache ihres Besuchs bei Réaumur wird, vermutlich aus Königs Brief im *Journal hélvetique* von 1740 (vgl. unten), berichtet in: Vogt, *Die Bienenzelle*, S. 37 f.; die Frage Réaumurs an König auch bei Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 254 f., und: Michaud, *La biographie universelle.* Graz 1966, *Réaumur*, S. 288.

folge der Marquise, die eine Verteidigung der Leibnizschen Philosophie schrieb und Newtons Prinzipia übersetzte, ist nicht nur ihr Liebhaber Voltaire, sondern auch ihr Privatsekretär und Mathematiklehrer Samuel König, Bernoulli-Schüler und Sohn eines pietistischen Mathematikers, der einst aus seiner Heimatstadt Bern als chiliastischer „Herold des kommenden Reichs" und „Erzketzer" vertrieben wurde, bevor er als Hofprediger im deutschen Büdingen einen gleichnamigen Sohn zeugte. Der Hausherr Réaumur, der sich selbst den Zutritt zur Académie des Sciences mit drei Aufsehen erregenden geometrischen Abhandlungen verschaffte, schreibt seit 1734 an seinem monumentalen, zwölfbändigen Werk *Mémoires pour servir à l'histoire des insectes*, Band sechs: *Les Abeilles*.[54] Seine Bewunderung für deren Werke kennt, anders als bei Buffon, keine Grenzen und steigert sich bis zur Idee, statt des Urmeters die Bienenwabe als universales Normalmaß einzuführen.[55] Vor einem Bienenstock im Garten seines Hauses – „ein Bild, das dem Historiker leider nicht zugänglich ist"[56] – stellt er dem anwesenden Mathematiker nun eine Frage, die auch die wißbegierige Marquise beeindruckt haben dürfte. Gegeben ein bestimmtes Wabenvolumen, gegeben das Sechseckprisma mit Bedachung aus drei Rhomben: Ist die Kepler-Maraldische Form – 109 Grad 28 Minuten im stumpfen Rhombenwinkel – diejenige mit dem geringsten Wachsverbrauch, heißt: diejenige mit der geringsten Oberfläche? König wird seine Antwort im November 1739 vor der Akademie des Sciences lesen, gedruckt wird sie nie, nur überliefert.[57] Königs erster Beweis ist einfach: egal wie spitz oder flach das Zeltdach, die Wabe hat immer das gleiche Volumen. Der zweite Schritt arbeitet, nach Aufstellung einer Gleichung für die gesamten Oberfläche des Körpers[58], mit der kaum ein halbes

Während Vogt von *Charenton* als Ort des Treffens spricht, schreibt Michaud von Réaumurs „maison de campagne de Bercy" (Michaud, *Biographie*, S. 289). In der ehemaligen Kommune von Bercy liegen im 18. Jahrhundert zwischen rue de Bercy und Seine (arr. Reuilly) südöstlich des Pont Bercy bis zur heutigen Périphérique eine Reihe von *demeures de plaisance*, mit Gärten bis zum Ufer der Seine; an sie schließt sich bis Charenton-le-Pont die große Parklandschaft des Château de Bercy an, das Anfang 19. Jahrhundert einem riesigen Zwischenlager für den über die Seine verschifften Wein weichen muß, der nur in Paris selbst verkauft werden darf (vgl. Jacques Hillairet, *Dictionnaire historique des Rues de Paris*. Paris 8. Aufl. 1985, Bd. 1, S. 181 f.).

[54] Vgl. Michaud, *Biographie universelle*, *Réaumur*, S. 288.

[55] Vgl. Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 109.

[56] Vladimir Nabokov, *Eugene Onegin, A Novel in Verse by Aleksandr Pushkin. Translated from the Russian, with a Commentary*. London 1975, Bd. III, S. 306.

[57] Sie wird zunächst nur referiert vom Akademie-Sekretär Fontenelle. Das von Vogt ausfindig gemachte Orginal von Königs Arbeit stand nicht zur Verfügung: Samuel König, Lettre sur la construction des Alvéoles des Abeilles. 29.11.1739. *Journal helvétique*, Avril 1740, S. 353-363.

[58] $F = 6\,ab - 3a \cdot sqr(y^2 - a^2) + 3a \cdot sqr(3) \cdot sqr(y^2 - 3/4a^2)$, wenn – vgl. Fig. 2 aus: Vogt, *Bienenzelle* – a die Seite des flachen Sechsecks (DA_1), b eine lange Kante des kronenförmig gezackten Prismas (DD') und y die gesuchte, je nach Schräge des Zeltdachs längere oder kürzere Zackenseite der Krone (DA) ist (vgl. ebd., S. 38 f.).

Jahrhundert jungen *Methode der Maxima, Minima*. Die Bedingung für die kleinste Oberfläche läßt sich danach kurz angeben: y = $3a/sqr(8)$ oder: $3a/2 \cdot sqr(2)$, wenn a die gegebene Seite des ebenen Sechsecks und y die gesuchte Rhombenseite DA ist (vgl. Fig. 2. aus: Vogt, Bienenzelle). In Königs Ergebnis, gerechnet *par le moyen des tables*, ist der stumpfe Rhombenwinkel um zwei Minuten kleiner als nach Kepler-Maraldi. Da aber auf dem Stand der Technik Differenzen dieser Ordnung errechnet, nicht ermessen werden, heißt das: Konvergenz des Bienenbaus mit den Ergebnissen einer neuen Mathematik. „Pappos wäre zweifellos ziemlich ärgerlich gewesen, zu erfahren, daß es in diesen kleinen Behausungen, *dans ces petites Demeures*, mehr Geometrie gibt als er wußte, er und sein Jahrhundert, da man nämlich darin die Geometrie der Modernen findet und ihre Methoden der *maximis et minimis*."[59] Der kürzeste Weg und die kürzeste Zeit für den Lichtstrahl im Glas, die kleinste Aktion in der Mechanik, der „geringste Wachsverbrauch" beim Bau der Wabe: einem Wissen, das auf Leibniz' *Methode der Maxima, Minima* gründet, ist die Wabe sein *vexillum*. Johann Heinrich Lambert wird das Prinzip der Wabe 1772 gleich auf den ganzen menschlichen Hausbau übertragen wollen: Häuser mit sechseckigem Grundriß und dreiseitigem Rhombendach; soll auch die Lastverteilung des Daches auf die Mauern minimiert werden, kann nach der gleichen Methode „das Dach des Hauses auch viel jäher oder abhängiger gemacht werden".[60]

Die „unsterbliche Geometrie" (Coxeter) der Wabe, gegründet auf Ambrosia, auf ein Urbild der Schönheit oder Maxima, Minima, hält in alledem ein Element aus dem Spiel: ihre Agentin. „Hinter der großartigen Intensität der Beobachtung und Spekulation ist die messende Untersuchung der Bienenarbeit vollständig zurückgeblieben."[61] Die Bienenarbeit hat ihren Auftritt erst in der Neuordnung des Wissens um 1900. Der Breslauer Mathematiklehrer Heinrich Paul Vogt beginnt 1911 die „Geometrie und Ökonomie der Bienenzelle"[62] mit

---

[59] Zitiert und übersetzt nach Vogt, *Bienenzelle*, S. 39. – Eine Mathematikgeschichte der Wabe im engeren oder weiteren Sinn müßte hier ansetzen, bei der Entwicklung aller durch König angestoßenen Lösungen: den differentialgeometrischen (Cramer, Boscovich), den elementargeometrischen (MacLaurin, L'Huilier), den algebraischen (La Sage, L'Huilier, Huber) oder elementaralgebraischen ohne Differentiation (Schellbach) (vgl. ebd., S. 39 f.), und der Fortführung dieser Ansätze in der Mathematik des 20. Jahrhunderts bei László Fejes Tóth (*Regular Figures*. Oxford 1964) oder Thomas C. Hales (vgl. oben und Knobloch, *Mathesis Perennis*).

[60] Zit. nach Vogt, *Bienenzelle*, S. 43; dort aus: Johann Heinrich Lambert, *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung* Berlin 1772, Dritter Theil, S. 387–394.

[61] Vogt, *Bienenzelle*, S. 11.

[62] Mit herzlichem Dank an Herrn Professor Kaspar Bienefeld und Frau Renate Vre vom Institut für Bienenkunde der Humboldt-Universität zu Berlin für ihre freundliche, kulturwissenschaftliche Amtshilfe und die Zur-Verfügung-Stellung eines Exemplars des seltenen Buchs, das seinen Weg aus Vogts eigener Hand (eingeheftete Postkarte, Breslau 8.8.11) über die Sammlung des Pfarrers Ludwig in Weimar zum Universitäts-Lehrbienenstand in Berlin, Dahlem, fand und von dort über die VEB Forschungsstelle für Bienenwirtschaft in Hohen Neuendorf bei Berlin zum jetzigen

umfassender Datenerhebung, heißt: Sichtung sämtlicher verfügbaren Literatur, vollständiges Referat und Kritik aller historischen Ansätze. Dann: deskriptive, zeichnerische, mathematische und photographische Entwicklung der „Kepler-Maraldischen Bodenform" und ihrer Geometrie. (Diesselbe läuft am Ende durch die alphabetische Materialität selbst: die drei Rhombenkanten des Keplerschen Zeltdachs „bilden in den Zellen der einen Wabenseite die Figur Y, in denen der anderen Seite [ ]"– an Stelle der Klammer steht die im Bleisatz gefürchtete, hier erwünschte Drehung des Buchstabens Y um 180° als graphisches Symbol dreier konvex oder konkav zusammenstoßender Kanten.[63]) Dann: Verzeichnung aller bisherigen Messungen von fremder Hand und „Kritik der Oberflächenmessung" als solcher. Dem folgt schließlich eigene Meß- und Medientechnik. Da „die zarten Wachsgebilde durch die Messung zerstört werden"[64], finden die eigentlichen Meßreihen an erhabenen Gipsabgüssen der Orginale statt, die photographisch neben der Orginalwabe portraitiert werden. Erster, erschütternder Effekt messender Medientechnik: die unvergängliche Geometrie der Wabe schmilzt zu Nichts. „Die Messung aller Kantenlängen und Kantenwinkel ist wegen der geometrischen Undefinierbarkeit dieser Gebilde gänzlich illusorisch."[65] Selbst Bronzeabgüsse mit spiegelnden Seitenflächen oder kleine Spiegelchen auf den Flächen zur Anwendung kristallographischer Spiegelgoniometer liefern nur begrenzt Daten.[66] Außerdem gehen die Wachsverbrauchs-Theoretiker des 18. Jahrhunderts von der falschen Annahme aus, daß alle Wachswände eine bestimmte, normale Dicke haben. Sie wird, beim ohnehin nur rechnenden Maraldi etwa, meist dünner als Papier gesetzt. „Der Wirklichkeit näher kommt Réaumur: das Papier, auf welches Maraldis Abhandlung gedruckt ist, hat ziemlich genau die Dicke der Prismenwand einer Drohnenzelle (0,09 mm)."[67]

Meßreihen von Wanddicken, Kanten, Winkeln versetzen die Geometrie der Wabe aus dem Dispositiv von Ideal und Minimum in das von Durchschnitt

Landesinstitut daselbst. – Vogt (geb. 1850, gest. 1935) habe, so eine Würdigung durch seinen Sohn, bei Schröter und Dilthey in Breslau die „Kultureinheit von mathematischem Denken und klassischer Bildung" gelernt; er promoviert über den sphärischen Kegelschnitt und veröffentlicht in seiner Zeit als Gymnasiallehrer geometrische Arbeiten, seit 1906 in der *Bibliotheca mathematica* über die „Die Entdekkungsgeschichte des Irrationalen durch die Griechen" (vgl. *Der Alte Joachimsthaler*, Nr. 36, Dezember 1936).

[63] Vogt ist Sohn eines Buchdruckereibesitzers (vgl. ebd.).

[64] Vogt, *Bienenzelle*, S. 17. – Die Zartheit des Wachses, Kehrseite seiner Prägbarkeit, sucht zur gleichen Zeit die Benützer von Wachswalzen Edisonscher Grammophone heim, wenn sie, wie etwa der Leiter des Berliner Phonogrammarchivs, Erich Moritz von Hornbostel, die eben aus Übersee eingetroffenen Aufnahmen durch nächtelanges Abspielen der Walzen sofort wieder löschen.

[65] Ebd., S. 18.

[66] Außerdem ist das sechseckige Urbild der Schönheit für die messende Untersuchung nichts als eine krumm nach oben gebogene Röhre (vgl. ebd., Figur 7 und 8).

[67] Ebd., S. 41.

und Abweichung. Wird aber der statistische Typus befragt,[68] so streitet zunächst Streuung um den Mittelwert, Trennung von Zufall und Tendenz, Ausgleich nach Bernoullis Gesetz der Großen Zahl gegen die Serialität selbst des Wabenbaus; mißt man eine Zellenzeile, so sieht man häufig über die Reihe „den Fehler der Einzelzelle addiert und verstärkt" statt ausgeglichen.[69] Zweitens stellt sich die Frage: *Was* eigentlich schwankt um den Mittelwert? Buffons Unvollkommenheit natürlicher Mechanik setzt die Biene als Maschine. Aber: „Sind Bienen Reflexmaschinen?"[70] Um 1900 sucht die Physiologie etwas anderes. Bienen „besitzen Gedächtnis, Farb- und Formenwahrnehmung und Mitteilungsvermögen, sie sammeln Erfahrungen, bilden Assoziationen".[71] Jede Schwankung im Bau der Waben ist darum Schwankung als „psychische Eigenschaft"[72] und folgt Weber-Fechners Gesetz für Reizschwellen und Empfindungen. Ist aber die Abweichung von der Geometrie der „Unterschiedsempfindlichkeit der arbeitenden organischen Wesen" geschuldet,[73] dann stellen sich plötzlich neue Fragen: *Wie* arbeiten diese Wesen? Arbeiten sie im optischen Raum? Entstehen die Bienenzellen nacheinander, eine orientiert an der nächsten, oder entstehen sie absolut?

Tierversuche mit Bienen zur Ermittlung psychophysischer Konstanten sind schwierig.[74] Doch die „psychophysische Tätigkeit", aus der die Zellen kommen, läuft durchs ganze Tierreich, vom Mensch zur Biene. Der Mensch ist vielleicht Studienrat und unterzieht sich einem Massenversuch, aus dem Eignungsprüfungen für Arbeiterinnen der Textilindustrie entwickelt werden. Durch „Zeichnen optischer Strukturen" wird die Unterschiedsempfindlichkeit für regelmäßige Muster getestet. „Besonders fruchtbar erwies sich dabei das Bienenwabenmuster: nach Art der Bienenwaben aneinander gereihte regelmäßige Sechsecke."[75] (vgl. Abb. nächste Seite). Übertragungen vom Akademiker auf die Biene hängen dann vor allem an der schlichten Frage, ob Steuerung und Kontrolle beim Wabenbau überhaupt eine Frage optischer Strukturen ist? Die Antwort ist eindeutig: Nein. Denn der Bienenstock ist stockdunkel. Die zwei mal 13 000 Augen der Drohnen oder (etwas weniger) der Königin sind

---

[68] Vgl. ebd., S. 27.
[69] Ebd., S. 17.
[70] H. von Buttel-Reepen, *Sind Bienen Reflexmaschinen?* Leipzig 1900 (zit. nach Vogt, *Bienenzelle*, S. 8).
[71] Ebd., S. 26.
[72] Ebd., S. 26.
[73] Ebd.
[74] Vgl. ebd., S. 29.
[75] Hans Rupp, Über optische Analyse. *Psychologische Forschung*, 1923, S. 262-300. - Untersucht werden Aufbau, Regelmäßigkeit, Menge der gezeichneten Waben in einer gegebenen Zeit. Der Studienrat, Teilnehmer einer Gruppe von 22 Akademikern, hat nur 14 Sechsecke gezeichnet. „Es liegt zweifellos ein Fall vor, in dem die Struktur des Wabenmusters nicht erfaßt worden ist ..." (ebd., S. 265). Vgl. auch die von Vogt herangezogene Arbeit von Loeb: Untersuchungen über die Orientierung im Fühlraum der Hand und Blickraum. *Pflügers Archiv für Physiologie* 46, 1890, S. 40.

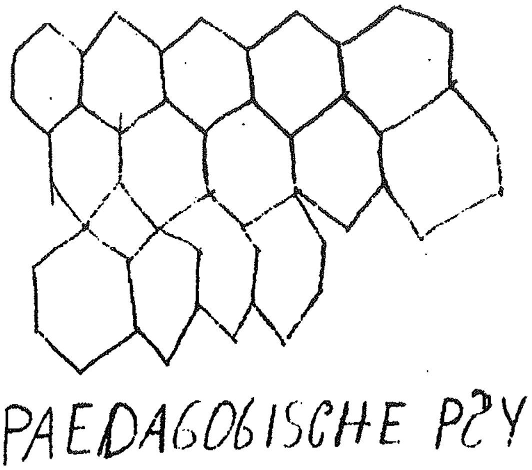


Abb. 2.

Aus: Rupp, Über optische Analyse, 1923

nur für einen einzigen Tag gemacht, den Tag des Hochzeitsflugs, an dem die Königin der Schar der Drohnen voraus schier endlos und bis zur Erschöpfung aller Werber außer einem ins Blaue auffliegt, ins Licht.[76] Der Rest des Lebens spielt im Dunkeln, das sich nur manchmal in „goldbraunen Schatten" verwandelt.[77] In diesem Dunkel verrichten auch die Arbeiterinnen ihre Werke: Pflege der Larven und Nymphen, Bewachung und Temperierung des Stocks, Bau und Umbau der Waben. Im Stock herrscht „Orientierung im Fühlraum".[78] Jede Geometrie darin ist Geometrie der Nacht. In diese Nacht ist von langer Hand die Bienenkunde selbst getaucht.[79] Der vielleicht größte Bienenforscher aller Zeiten, der Schweizer François Huber, „wurde 1750 in Genf geboren und erblindete schon als Knabe". Die noch heute gültigen Erkenntnisse seiner „Nouvelles Observations sur les Abeilles" (erschienen seit 1794) verdanken sich allein den Fragen an seinen treuen Diener François Burnens.[80] Wo Formen und Farben im Licht des Sommertags seit Sprengel nur für die Bienen gemacht scheinen (und einige andere Insekten), beginnt die Mathematik der Wabe im Stockdunkeln.

[76] Vgl. etwa Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 173.
[77] Ebd., S. 69.
[78] Vgl. Loeb, Untersuchungen über die Orientierung im Fühlraum. – Die aus einem Dutzend Teilstücken bestehenden Fühler haben 5000, bei den Drohnen über 37000 Geruchshöhlen (vgl. Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 173).
[79] Schon Plinius erzählt von einem römischen Consular, der „durchsichtige Stöcke von Horn" zur Einsicht gehabt habe (Olsk., Art. „Biene". In: RE III, 1, Sp. 432). Einen der gebräuchlichen Beobachtungskästen mit einer einzigen Doppellage Waben zwischen zwei Glasplatten, die durch schwarze Vorhänge verdeckbar waren, und, natürlich, Flugloch für das Bdk habe Maeterlinck sogar auf dem Schreibtisch seines Arbeitszimmers mitten in der „Steinwüste der Großstadt" Paris stehen gehabt (vgl. Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 18 und 251).
[80] Vgl. ebd., S. 10.

Aber *wie* beginnt sie? Die Nacht des neuen Stocks, in dem ein ausgeschwärmtes Volk anfängt, zu bauen, wohnen, denken, ist das schiere Nichts. „Kein Tropfen Honig, kein Wachsstreifen, kein Merkzeichen und kein Stützpunkt", allein die nackten drei Dimensionen eines Raums aus Dach und Mauern.[81] Ist der erste Schock des erbsengleichen Daliegens als vom Baum in den darunter gestellten Stock gefallener Bienenhaufen überwunden, beginnt die Mehrzahl der Bienen „wie ein Heer, das einem bestimmten Befehl gehorcht, in dichten Reihen an den Seitenwänden hochzuklettern", an die Decke oder in die Kuppel des Korbs.[82] Dort hängen sie sich von oben herab in Ketten und Girlanden aneinander, die allmählich als riesiger Kegel aus, je nach Größe des Volks, 60 000 bis 80 000 Bienen in den leeren Raum hineinwachsen. Ist der Kegel vollendet, erstarrt das Wimmeln. Die Temperatur im Kegel steigt, die Bienen „schwitzen", wie es heißt, aus ihren Hinterleibssegmenten eine Vorform von Wachs aus, dünne Blättchen, „so weiss wie Schnee und leichter als Daunenfedern [...] fleckenlos und leicht wie Luft [...] die Seele des Honigs".[83] Der ganze Kegel befindet sich jetzt „in einer Art von Extase". Pötzlich löst sich daraus eine einzige Biene. Sie krabbelt an die Spitze des Kegels, nimmt die Wachsplättchen aus ihrem Hinterleib und formt damit einen winzigen Wachsklumpen, den sie an die Decke klebt, und tritt ab. Ihr folgen andere, die das Gleiche tun, bis am Ende „ein kleiner ungestalter Wachszipfel von der Decke herabhängt".[84] Jetzt erscheint eine etwas anders aussehende Biene. Sie produziert kein Wachs, sondern bearbeitet den Wachszipfel. Mit einem Set komplizierter Mundwerkzeuge höhlt sie aus, nagt sie aus, drückt sie aus und zieht sie aus:[85] den Boden einer rhombendodekaedrischen Pyramide. „So könnte man meinen, dass es eine erleuchtete Baumeisterin ist, die den Plan der ersten Zelle, welche die Lage aller anderen mathematisch nach sich zieht, im Leeren entwirft."[86]

Aber was, was hat diese Baumeisterin im Kopf? Ihre Pflicht gegen die Götter, ein Urbild der Schönheit, Infinitesimalrechnung? Messende wie literarische Beobachtung der Bautätigkeit in ihrer strengen Abfolge scheinen um 1900 nur eine Antwort zuzulassen: 120°. Ohne Vergleich, instinktiv wird dieser eine

---

[81] Vgl. ebd., S. 78. – Meist ist er künstlich: eine Strohglocke oder ein Kasten, mit, für Griechenland schon im 17. Jahrhundert belegten, herausnehmbaren Rahmen, auf denen mitunter Spuren von Wachs aufgebracht werden (sog. Lehr- oder Richtwachs), an dem die Bienen dann einfach weiterbauen (vgl. Meyers Großes Konversationslexikon 1908, Art. „Bienenzucht"; Berenbaum, *Blutsauger, Staatengründer*, S. 119–123; Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 83).

[82] Nur ein Teil der Bienen bleibt auf dem Boden und reinigt den Stock.

[83] Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 104.

[84] Ebd., S. 106.

[85] Vgl. Vogt, *Bienenzelle*, S. 33. – Auch im Weiteren wird immer zuerst die Mittelwand zweier Wabenlagen mit den Rhombendächern gebaut und darauf erst das Secheck-Prisma aufgesetzt (vgl. ebd.).

[86] Maeterlinck, *Das Leben der Bienen*, S. 107.

Winkel gesetzt.[87] Mit der ersten Folge, daß alle gemessenen Abweichungen von ihm die psychophysische Unterschiedsschwelle der Biene definieren.[88] Mit der zweiten Folge, daß alle Sparsamkeit und Optimierung ein „teleologisches Phantom“ wird und jede Theorie der Wabe, die nicht ein „stammesgeschichtliches Erbe“ von 120° annimmt, „einem Nichts gegenüber steht“.[89] Mit der dritten Folge, daß sich alle Geometrie der Wabe aus diesem einen Punkt konstruiert, der auf nichts anderes zuführt als: Sechseckprismen mit Rhombendodekaeder nach Johannes Kepler.

„Maintenant, revenons à notre ruche qui essaime et où l'on n'a pas attendu la fin de ces réflexions pour donner le signal du départ.“[90]

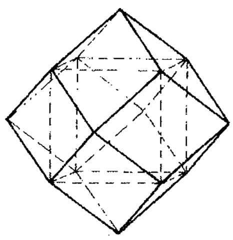


Abb. 1

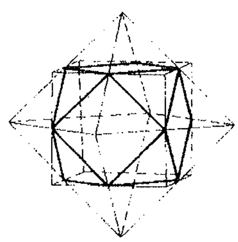
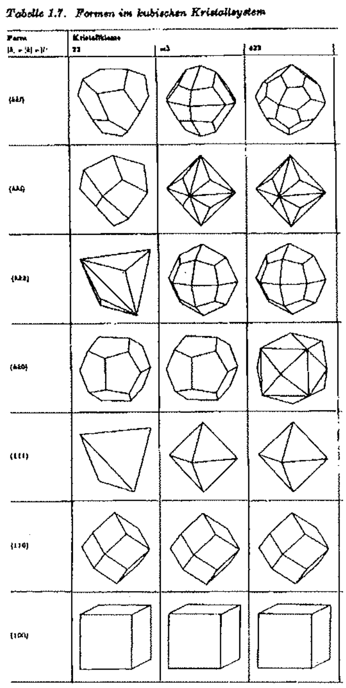
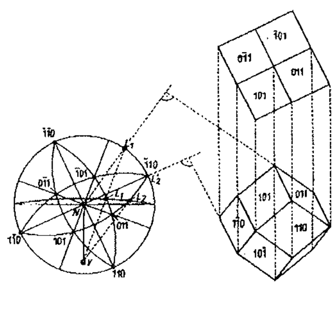


Abb. 2





Will Kleber, Einführung in die Kristallographie, Berlin 1998, S. 49 und 84.

[87] Vgl. Vogt, *Bienenzelle*, S. 33
[88] Zwischen minus 6°,2 und minus 5°,1 für die Flächenwinkel, minus 2°,8 und minus 2°,2 für die Kantenwinkel (vgl. ebd. 34). Warum die Bodenpyramiden immer zu spitz gebaut werden, vermag auch Vogt nicht zu erklären.
[89] Ebd., S. 57.
[90] Maurice Maeterlinck, *La vie des abeilles*. In: Ders., *Insectes et fleurs*. Paris 1954, S. 62.

Fig. 1.

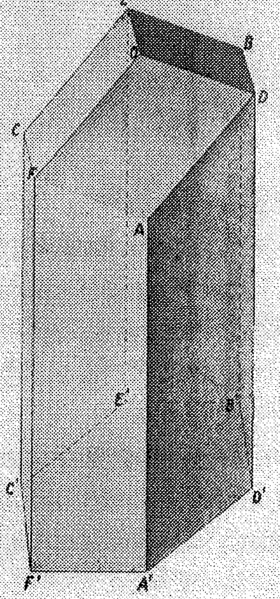


Fig. 1a.

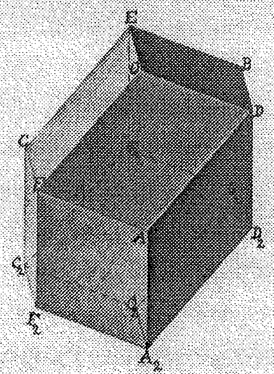


Fig. 2.

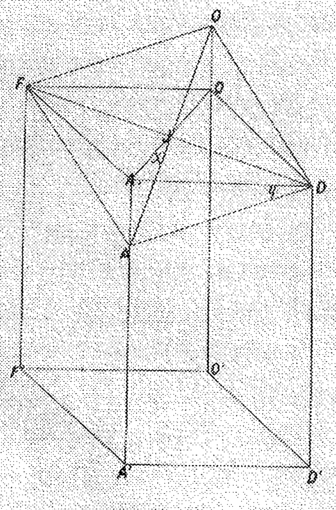
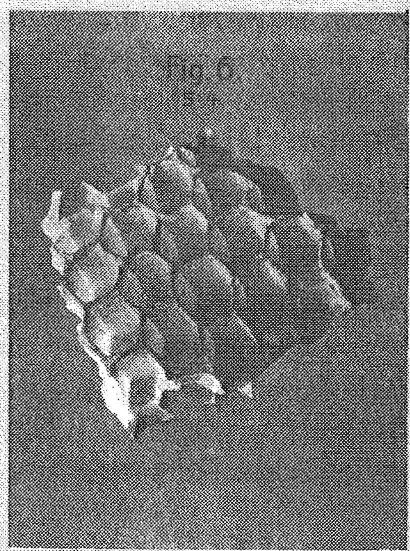


Fig. 6.



Heinrich Vogt, Geometrie und Ökonomie der Bienenzelle, Breslau 1911.

FAKtisch

Festschrift für Friedrich Kittler
zum 60. Geburtstag

Herausgegeben von
Peter Berz, Annette Bitsch
und Bernhard Siegert

Wilhelm Fink Verlag

Umschlagabbildung
René Magritte, *L'Anniversaire*, 1959
Öl auf Leinwand, 89,5 × 116,6
Art Gallery of Ontario, Toronto, Kanada

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.ddb.de abrufbar.

ISBN 3-7705-3916-8

Einbandgestaltung: Evelyn Ziegler, München
Herstellung: Ferdinand Schöningh GmbH, Paderborn